



ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΕΛΕΥΘΕΡΙΟΥ Γ.

**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 12 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2024**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑ**

**ΘΕΜΑ Α (20 min)**

**A1.** Να αποδείξετε ότι  $\varepsilon\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$ . **ΜΟΝΑΔΕΣ 7**

**A2.** Να δώσετε τους παρακάτω ορισμούς

α. Πότε μία συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της; **ΜΟΝΑΔΕΣ 3**

β. Τι ονομάζουμε ακτίνο μίας γωνίας  $\omega$ ; **ΜΟΝΑΔΕΣ 3**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε σωστό ή λανθασμένο, καθέναν από τους παρακάτω ισχυρισμούς

i. Αν  $T > 0$  και  $f(x+T) = f(x-T) = f(x)$ , με  $x \in A$  τότε η  $f$  είναι μία περιοδική συνάρτηση.

ii. Αν  $f(x) \geq 1$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ , τότε το 1 είναι η ελάχιστη τιμή της  $f$ .

iii. Η συνάρτηση  $f(x) = \eta\mu x$ ,  $x \in \mathbb{R}$  είναι πριττή.

iv. Ισχύει  $\eta\mu^2 x + \eta\mu^2 \left( \frac{3\pi}{2} - x \right) = 1$

v. Αν τα  $A(1,2)$  και  $B(3,4)$  είναι σημεία της γραφικής παράστασης μίας συνάρτησης  $f$ , η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα.

vi. Η περίοδος της συνάρτησης  $f(x) = \eta\mu(2x)$  είναι  $T = 2\pi$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 12**



### ΘΕΜΑ Β (20 min)

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με  $f(x) = 3 - \sqrt{1 - ax}$ , της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο  $A(1,3)$ .

**B1.** Να δείξετε ότι  $a=1$  (ΜΟΝΑΔΕΣ 2) και στη συνέχεια να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της  $f$ . (ΜΟΝΑΔΕΣ 2) **ΜΟΝΑΔΕΣ 4**

**B2.** Να μελετήσετε την συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

**B3.** Να δείξετε ότι η  $f$  παρουσιάζει μέγιστο στο 1. Να βρείτε τη μέγιστη τιμή της  $f$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

**B4.** Να λύσετε την εξίσωση  $f^2(x) - 7f(x) + 12 = 0$

**ΜΟΝΑΔΕΣ 6**

**B5.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $g(x) = \frac{2024}{\sqrt{3-f(x)}}$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

### ΘΕΜΑ Γ (30 min)

Δίνεται συνάρτηση  $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\alpha x}{2}\right) + \beta + 3$ ,  $x \in \mathbb{R}$  με  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha > 0$  και  $x \in \mathbb{R}$ .

Αν η  $f$  έχει περίοδο  $T=4\pi$  και ελάχιστη τιμή το 1.

**Γ1.** Να δείξετε ότι  $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu\left(\frac{x}{2}\right) + 3$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

**Γ2.** Τέμνει η γραφική παράσταση της  $f$  τον άξονα  $xx'$ ; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

Αφού γίνει η γραφική παράσταση της  $f$  στο διάστημα  $\left[-\frac{T}{4}, T\right]$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

**Γ3.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $h(x) = \sqrt{f(x)-3}$

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**



Γ4. Να συγκρίνεται τα  $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$ ,  $f\left(\frac{3\pi}{2}\right)$

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

**ΘΕΜΑ Δ (50 min)**

Δίνεται το σύστημα  $\begin{cases} \eta\mu(-270^\circ)\alpha + \eta\mu\left(\frac{5\pi}{6}\right)\beta = 2 \\ \epsilon\phi^2(-60^\circ)\alpha + \sigma\upsilon\nu(121\pi)\beta = 1 \end{cases}$ , η συνάρτηση  $g$  με

$$g(x) = \frac{\beta x}{x^2 + \alpha}, x \in \mathbb{R} \text{ και τρίγωνο } \text{ΑΒΓ}.$$

Δ1. Να δείξετε  $\beta=2$  και  $\alpha=1$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

Δ2. α. Να δείξετε ότι  $|g(x)| \leq 1 \forall x \in \mathbb{R}$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 4**

β. Παρουσιάζει η  $g$  μέγιστο το 1 και ελάχιστο το -1; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 6**

Δ3. Εξετάστε αν το σημείο  $B\left(\eta\mu(-23\pi), \sigma\upsilon\nu\left(\frac{31\pi}{2}\right)\right)$  είναι το κέντρο συμμετρίας της  $g$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**

Δ4. Έστω  $x_0$  η θέση που παρουσιάζει η  $g$  μέγιστο. Αν  $f(x) = \eta\mu x$ , βρείτε τη μικρότερη τιμή του  $x \in \left[-\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$  για την οποία  $f\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = x_0^{2023}$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 5**